**Математика    Л-230911                                        23.12.2023**

**Урок № 72**

**Тема: Наибольшее и наименьшее значения функции**

Срок сдачи до  24.12.2023

**Решение тренировочных упражнений**

***Задача 1.*** Число 20 запишите в виде суммы двух неотрицательных слагаемых так, чтоб сумма их квадратов была наибольшей.

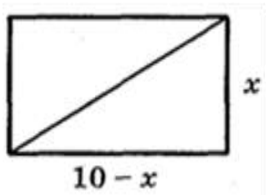
*Решение*

Пусть первое слагаемое равняется $x$, тогда другое слагаемое равняется $20 - x$, причём $x \in [0; 20]$.

Сумма квадратов этих слагаемых $(20 - x)^2 \cdot x^2$. Итаке, задача сводится к нахождению такого $x$, при котором функция $f(x) = (20 - x)^2 \cdot x^2$ достигает наибольшего значения на отрезке [0; 20].

Найдем производную $f'(x) = 2(20 - x) \cdot (20 - x)' x^2 + (20 - x)^2 \cdot 2x = -2x^2(20 - x) + \quad + (20 - x)^2 \cdot 2x = 2x\,(20 - x)\,(20 - 2x)$.

Стационарными точками функции есть точки 0; 20; 10. Тогда




$f(0) = (20 - 0)^2 \cdot 0^2 = 0$;   $f(10) = (20 - 10)^2 \cdot 10^2 == 10\,000$;

$f(20) = (20 - 20)^2 \cdot 20^2 = 0$.

Итак, $f_{найб.} = f(10) = 10\,000$. Таким образом, число 20 следует представить в виде 20 = 10 + 10.

*Ответ:* 20 = 10 + 10.

***Задача 2.*** Среди прямоугольников, которые имеют периметр20 см, найти тот, диагональ которого наименьшая.

*Решение*

Пусть длина одной из сторон прямоугольника $x$ см, тогда другая сторона равняется $(10 - x)$ см, де $0 < x < 10$. Тогда(рис. 61) диагональ $y$ прямоугольника выражается формулою $y = \sqrt{(10 - x)^2 + x^2} = \sqrt{100 - 20x + x^2}$.

Найдем стационарные точки:

$y' = \dfrac{1}{2\sqrt{100-20x+x^2}} \cdot (100 - 20x + 2x^2)' = \dfrac{2x-10}{\sqrt{100-20x+x^2}}$ ; $y' = 0$; $2x - 10 = 0$;

$x = 5$.

Если 0 <x <5, то y' <0, тогда функция убывает, если 5 <x *<10,* то *y'> 0, и* функция возрастает. Итак, наименьшее значение функция $y = \sqrt{100-20x+x^2}$ на интервале (0; 10) равняется $y_{найм} = y(5) = \sqrt{100-100+50} = 5\sqrt{2}$.

Таким образом, наименьшую диагональ $5\sqrt{2}$ см имеет квадрат со стороною 5 см. *Ответ:* квадрат со стороною 5 см.

**Домашнее задание: Решить задачи**

1. Число 36 записать в виде произведения двух положительных чисел, сумма которых наименьшая.

2. Забором длиной 80 м нужно оградить прямоугольный участок наибольшей площади. Найти размер участка.

3. Из всех прямоугольников, площадь которых равняется 9 см$^2$, найти прямоугольник с наименьшим периметром.